Bahnbestimmung des Planeten (108) Hecuba.

Von **Leopold Schulhof,** stud. phil.

(Vorgelegt in der Sitzung am 3. Februar 1871.)

Der Planet (108) wurde von Dr. R. Luther am 2. April 1869 in Bilk entdeckt und von einem der Curatoren dieser Sternwarte Dr. F. Heinen Hecuba benannt. Derselbe wurde bis zum 19. Mai, also durch einen Zeitraum von 47 Tagen verfolgt und zuletzt in Berlin beobachtet. Er war im ganzen ein lichtschwaches Object, zur Zeit der Entdeckung nur 11. Grösse und bereits am 14. Mai zur 11·7. Grösse herabgesunken. Auch seine geocentrische Bewegung war äusserst gering, in Rectascension wenig über 4 Grade, in Declination ungefähr 1 Grad. Es stand demnach schon von allem Anfange an zu erwarten, dass die Bahnbestimmung keine besonders sichere werden würde; ich glaube jedoch nichts versäumt zu haben um ein möglichst sicheres Resultat zu erlangen. Zur Bahnbestimmung aus drei sowie aus vier Orten benützte ich die im Oppolzer'schen Lehrbuche entwickelten Formeln. Ich fühle mich hier verpflichtet dem Herrn Prf. Dr. Th. R. v. Oppolzer wie auch dem Herrn Prof. Dr. Weiss für freundliche Unterweisung und Rathschläge meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

Als Grundlage vorläufiger Elemente benützte ich die drei Beobachtungen von Bilk April 2, Leipzig April 22 und Hamburg Mai 16 und erhielt folgendes Elementensystem für die Epoche 1869 April 5·5.

$$
\begin{aligned}
M &= 48^\circ\ 38'\ 33''8 \\
\pi &= 124\ \ 9\ \ 1\cdot5 \\
\Omega &= 352\ \ 56\ \ 30\cdot9 \\
i &= 4\ \ 38\ \ 3\cdot6 \\
\varphi &= 8\ \ 17\ \ 2\cdot5 \\
\mu &= 624''7200 \\
\log a &= 0\cdot502881
\end{aligned}
$$

(π, Ω, i: mittl. Äquin. 1869·0)

Mit Hilfe dieser Elemente leitete ich für die Dauer der Beobachtungen eine Ephemeride ab und verglich mit derselben die einzelnen Beobachtungen, wobei ich noch vorläufig die Positionen der Vergleichsterne ungeändert so liess, wie sie von den Beobachtern angenommen wurden.

Hierauf fasste ich alle Beobachtungen in 4 Normalorte zusammen, deren Correctionen ich mir dadurch verschaffte, dass ich die Zeit als Abscisse, die Fehler sowohl in Rectascension als in Declination als Ordinaten auftrug und die so erhaltenen Punkte durch möglichst anschliessende Curven verband. Als Correctionen, die ich an die Ephemeride anzubringen hatte, ergaben sich:

		$d\alpha$	$d\delta$
April	4·5	+ 7ʺ5	— 1ʺ3
	17·5	+ 13·2	— 1·2
„	30·5	— 16·6	+ 14·1
Mai	13·5	— 10·7	+ 3·2.

Ich erhielt so die folgenden Normalorte, bezogen auf das mittlere Äquinoctium 1870·0 und auf die Ekliptik als Fundamentalebene:

Datum		λ			β		
April	4·5	181°	58′	18ʺ91	—1°	38′	9ʺ62
	17·5	179	49	18·88	— 1	52	59·23
„	30·5	178	27	29·11	— 2	4	9·47
Mai	13·5	178	3	14·09	— 2	12	16·76

Bei Darstellung der 4 Längen und der beiden äusseren Breiten ergab sich das Elementensystem für die Epoche 1869 April 5·5:

$$\left.\begin{aligned} M &= 3^\circ\ 16'\ 57''55 \\ \pi &= 182\ \ 43\ \ \ 7\cdot28 \\ \Omega &= 352\ \ 15\ \ 56\cdot67 \\ i &= 4\ \ 22\ \ 35\cdot55 \\ \varphi &= 5\ \ 54\ \ \ 0\cdot32 \end{aligned}\right\}\ \text{mittl. Äquin. } 1870\cdot0$$

$$\mu = 613''05803$$

$$\log a = 0\cdot5083366.$$

Die Fehler in den Breiten der innern Orte sind —3ʺ12 und + 1ʺ50.

Mit diesen Elementen hat man zur Berechnung der heliocentrischen rechtwinkligen Äquatorcoordinaten, bezogen auf das mittlere Äquinoctium 1869·0, nach Einführung der excentrischen Anomalie (E) die Formeln:

$$x = [0{\cdot}5083084] \sin(E - 87^\circ 17' 14''{\cdot}55) + 0{\cdot}3309708$$
$$y = [0{\cdot}4528064] \sin(E + 182^\circ 25' 45''{\cdot}18) + 0{\cdot}0123591$$
$$z = [0{\cdot}1747665] \sin(E + 183^\circ 51' 56''{\cdot}40) + 0{\cdot}0103635$$

wobei in den eckigen Klammern die Logarithmen der betreffenden Coëfficienten stehen. Nach diesen Formeln berechnete ich die folgende Ephemeride:

12h mittl. Berl. Zt.	α	δ	Abrrz.	log Δ
1869 April 2	12h 6m 2s·30	—2°23'28"·6	15m48s	0·279748
3	12 5 18·29	—2 20 7·3	15 49	
4	12 4 34·80	—2 16 48·1	15 51	
5	12 3 51·88	—2 13 31·3	15 52	
6	12 3 9·59	—2 10 17·2	15 54	0·282372
7	12 2 27·97	—2 7 6·2	15 55	
„ 8	12 1 47·06	—2 3 58·6	15 57	
9	12 1 6·91	—2 0 54·5	15 59	
10	12 0 27·57	—1 57 54·2	16 1	0·285951
11	11 59 49·07	—1 54 58·1	16 3	
12	11 59 11·46	—1 52 6·4	16 6	
13	11 58 34·78	—1 49 19·3	16 9	
14	11 57 59 05	—1 46 37·1	16 12	0·290421
„ 15	11 57 24·32	—1 43 59·9	16 15	
16	11 56 50·62	—1 41 28·0	16 18	
17	11 56 17·98	—1 39 1·6	16 21	
18	11 55 46·42	—1 36 40·9	16 24	0·295714
19	11 55 15·97	—1 34 26·1	16 27	
20	11 54 46·66	—1 32 17·2	16 30	
21	11 54 18·50	—1 30 14·5	16 33	
22	11 53 51·52	—1 28 18·1	16 37	0·301743
23	11 53 25·73	—1 27 28·2	16 40	
24	11 53 1·16	—1 24 44·8	16 44	
25	11 52 37·82	—1 23 8·1	16 48	
26	11 52 15·72	—1 21 38·2	16 52	0·308426
27	11 51 54·87	—1 20 15 2	16 56	

12ʰ mittl. Berl. Zt.	α	δ	Abrrz.	log Δ
1869 April 28	11ʰ 51ᵐ 35ˢ28	—1° 18' 59"1	17ʰ 0ˢ	
29	11 51 16·97	—1 17 50·0	17 4	
„ 30	11 50 59·94	—1 16 48·1	17 9	0·315678
Mai 1	11 50 44·20	—1 15 53·3	17 13	
„ 2	11 50 29·77	—1 15 5·8	17 18	
3	11 50 16·64	—1 14 25·6	17 23	
4	11 50 4·82	—1 13 52·8	17 28	0·323420
„ 5	11 49 54·33	—1 13 27·4	17 33	
6	11 49 45·16	—1 13 9·5	17 38	
7	11 49 37·32	—1 12 59·1	17 43	
8	11 49 30·82	—1 12 56·3	17 48	0·331576
9	11 49 25·65	—1 13 1·0	17 53	
10	11 49 21·81	—1 13 13·3	17 58	
11	11 49 19·31	—1 13 33·2	18 3	
12	11 49 18·14	—1 14 0·8	18 9	0·340068
13	11 49 18·29	—1 14 36·0	18 14	
„ 14	11 49 19·77	—1 15 18·8	18 20	
15	11 49 22·56	—1 16 9·2	18 25	
16	11 49 26·66	—1 17 7·2	18 31	0·348821
17	11 49 32·06	—1 18 12·8	18 37	
18	11 49 38·74	—1 19 25·9	18 43	
19	11 49 46·70	—1 20 46·5	18 49	
20	11 49 55·94	—1 22 14·5	18 55	0·357764

Die Aberrationszeit berechnete ich mit der Aberrationsconstante von Struve.

Die mir bekannten Refractorbeobachtungen des Planeten beruhen auf 11 Vergleichsternen, über deren Positionen ich die folgenden Annahmen machte.

Vergleichsterne für 1869·0.

*	α	δ	
a.	12ʰ 1ᵐ 6ˢ07	—2° 24' 0"4	Schj. 4374.
	6·00	22 58·0	Lamont 3582.
ang.	12 1 6·04	—2 23 59·2	

*	α	δ	
b.	$12^h\ 9^m24^s91$	$-2°17'\ 2''6$	Berl. Md. B. Ast. N. B. 58.
c.	12 0 24·70	—2 11 24·0	Berl. Md. B.
d.	12 1 22·21	—2 19 6·7	Anschluss an *a*.
e.	12 4 39·23	—1 58 1·2	Berl. Md. B. Ast. N. B. 58.
	39·18	2·5	Gött. Cat. 3791.
	39·01	57 59·3	Lamont 3605.
ang.	12 4 39·14	—1 58 1·0	
f.	11 56 49·59	—1 43 3·0	Gött. Cat. 3771.
	49·46	42 59·5	Lamont 3549.
	49·49	43 3·9	Schj. 4347
	49·62	2·3	Str. 1374.
ang.	11 56 49·54	—1 43 2·2	
g.	11 55 15·63	—1 30 24·9	Lamont 3540.
	15·43	28·3	Gött. Cat. 3765.
ang.	11 55 15·53	—1 30 26·6	
h.	11 52 9·62	—1 24 59·6	Anschluss an *i*.
i.	11 49 44·74	—1 19 29·0	Berl. Md. B.
	44·44	32·4	Bonn. B. —1° 2591.
ang.	11 49 44·59	—1 19 30·7	
k.	11 52 51·91	—1 11 16·9	Berl. Md. B. Ast. N. B. 56·
	51·91	16·1	Lamont 3523.
	51·87	18·7	Gött. Cat. 375⁷/₈.
ang.	11 52 51·90	—1 11 17·2	
l.	11 48 14·06	—1 10 35·2	nach A. Möller.

Anmerkung: Der Vergleichstern *b* kömmt auch in den Catalogen von Lalande, Bessel und Lamont vor; seine Positionen reducirt auf 1869·0 sind:

$12^h\ 9^m25^s04$	$-2°16'49''6$	Lalande 22986
27·17	58·4	Bessel XII^h 124
26·80	58·1	Lamont 3639
24·91	17 2·6	Berl. Md. B.

Da dieselben so sehr von einander abweichen, berücksichtigte ich nur die Berliner Beobachtung; es scheint bei Lamont ein Fehler in α von 2^s, bei Lalande einer in δ von $10''$ zu sein; in Weisse's Catalog ist die Rectascension um $+1^s$ falsch angegeben.

Ich gebe nun die Beobachtungen, wie sie sich unter Annahme der obigen Positionen für die Vergleichsterne gestalteten, nebst ihren Abweichungen im Sinne Beobachtung — Rechnung.

Beobachtungen.

Datum	Ort	Ortszeit	α app.	Par.	δ app.	Par.	dα	dδ	Vergleichstern
1869 April 2	Bilk	$10^h14^m53^s$	12^h6^m 5^s40	-0^s05	$-2°23'45''0$	$+3''6$	$+0^s13$	$+0''5$	*a*
4	„	9 53 42	12 4 38·52	−0·06	−2 17 8·7	+3·6	+0·18	−1·0	*b*
6	Berlin	9 49 59	12 3 13·57	−0·06	−2 10 39·0	+3·7	−0·33	+1·5	*c*
6	Leipzig	10 14 0	12 3 12·96	−0·04	−2 10 34·1	+3·7	−0·10	+2·6	*d*
9	Berlin	10 51 56	12 1 9·00	0·00	−2 1 9·4	+3·7	−0·22	−0·3	*e*
10	Bilk	9 49 39	12 0 31·03	−0·04	−1 58 12·9	+3·6	+0·17	−0·3	*e*
11	Leiden	10 39 11	11 59 50·26	0·00	−1 55 11·8	+3·6	−0·43	−2·7	Merid.
11	Hamburg	13 59 51	11 59 45·97	+0·14	—	—	+0·14	—	}
		14 22 47	—	—	−1·54 35·7	+3·6	—	+9·2	}
12		13 3 3	11 59 9·60	+0·11	—	—	−0·18	—	} *f*
		13 3 41	—	—	−1 52 3·0	+3·6	—	−0·1	}
13	Leipzig	9 9 12	11 58 39·01	−0·07	−1 49 44·8	+3·6	−0·54	−1·0	*f*
13	Leiden	10 30 5	11 58 36·19	0·00	−1 49 23·5	+3·6	−0·36	+7·5	Merid.
13	Hamburg	12 54 56	11 58 33·33	+0·10	—		−0·02	—	} *f*
		12 55 43	—	—	−1 49 18·0	+3·6		−1·1	}
14	Berlin	8 48 18	11 58 3·92	−0·04	−1 47 3·5	+3·6	−0·34	+0·7	*f*
14	Leipzig	8 44 29	11 58 4·11	−0·08	−1 47 4·1	+3·6	−0·12	−0·4	*f*

Datum	Ort	Ortszeit	α app.	Par.	δ app.	Par.	dα	dδ	Vergleichstern
1869 April 19	Berlin	12h30m49s	11h55m15·43	+0s12	—1°34'26"2	+3"5	—0s12	+2"2	*g*
21	„	11 33 46	11 54 19·12	+0·07	—1 30 20·4	+3·5	—0·12	+1·2	*g*
22	Leipzig	9 53 40	11 53 53·91	0·00	—1 28 40·3	+3·5	—0·16	—7·7	*h*
22		11 36 2	11 53 51·81	+0·08	—1 28 28·8	+3·4	—0·30	—4·3	*h*

Datum	Ort	Ortszeit	α app.	Par.	δ app.	Par.	dα	dδ	Vergleichstern
27	Berlin	9 22 30	11 51 57·13	—0·01	—1 20 30·8	+3·4	—0·20	—2·3	
28	„	9 3 44	11 51 37·75	—0·02	—1 19 13·2	+3·5	—0·11	—0·8	
28	Leipzig	11 0 8	11 51 36·99	+0·07	—1 19 5·7	+3·4	—0·17	+0·5	
28	„	11 52 20	11 51 35·35	+0·11	—1 19 0·5	+3·4	—0·10	+3·1	
29	Berlin	9 57 39	11 51 18·50	+0·03	—1 18 0·2	+3·4	—0·16	—0·4	
29	Leipzig	10 44 34	11 51 17·96	+0·06	—1 17 55·8	+3·3	—0·03	+1·2	*i*
30	Paris	9 15 39	11 51 1·11	0·00	—1 16 57·0	+3·2	—0·40	—0·1	Merid.
30	Berlin	10 49 34	11 51 0·94	+0·07	—1 16 54·3	+3·3	+0·07	+0·8	*i*
„ 30	Leipzig	11 22 55	11 51 0·50	+0·09	—1 16 51·5	+3·3	+0·08	+2·0	*i*
Mai 1	Berlin	9 47 27	11 50 45·71	+0·03	—1 16 2·8	+3·3	—0·04	—0·7	*i*
1	Wien	10 33 15	11 50 45·62	+0·06	—1 15 53·4	+3·2	+0·27	+7·3	*k*
1	Leipzig	10 35 50	11 50 44·97	+0·06	—1 15 58·7	+3·3	—0·19	+1·5	*i*
2	Hamburg	12 28 36	11 50 29·45	+0·13	—	—	+0·05	—	*k*
		12 42 43	—	—	—1 15 5·3			+2·7	

Datum	Ort	Ortszeit	α app.	Par.	δ app.	Par.	dα	dδ	Vergleichstern
1869 April 4	Hamburg	$9^h53^m56^s$	$11^h50^m\ 5^s65$	$+0^s08$	$-1°13'56''1$	$+3''3$	-0^s10	$+2''8$	*k*
„ 5		10 14 22	11 49 54·97	+0·06	—	—	−0·06	—	*k*
		10 10 58	—	—	−1 13 29·4	+3·3	—	+3·1	
5	Leipzig	10 43 6	11 49 55·00	+0·08	−1 13 29·6	+3·2	+0·13	+2·5	*i*
5	Berlin	11 7 20	11 49 54·69	+0·09	−1 13 31·1	+3·3	−0·03	+0·7	*k*
10	Wien	10 19 3	11 49 21·93	+0·08	−1 13 19·1	+3·2	−0·10	−4·1	*k*
11	Leipzig	11 17 22	11 49 19·16	+0·11	−1 13 31·8	+3·1	−0·11	+3·7	*i*

Datum	Ort	Ortszeit	α app.	Par.	δ app.	Par.	dα	dδ	Vergleichstern
13	Berlin	9 52 17	10 49 17·78	+0·06	−1 14 36·4	+3·1	−0·37	−1·1	*k*
13	Lund	10 32 44	11 49 18·08	+0·08	−1 14 35·3	+3·3	−0·07	+1·2	*l*
13	Hamburg	11 27 56	11 49 18·17	+0·11	—	—	+0·01	—	*k*
		11 33 40	—	—	−1 14 36·4	+3·2		+2·0	
14	Berlin	10 18 23	11 49 19·33	+0·08	−1 15 15·4	+3·1	−0·18	+2·8	*k*
14	Leipzig	10 45 24	11 49 18·96	+0·10	−1 15 16·4	+3·1	−0·58	+2·7	*i*
14	Lund	11 8 43	11 49 19·28	+0·10	−1 15 15·7	+3·3	−0·29	+4·2	*l*
15	Hamburg	10 56 23	11 49 21·82	+0·10	−1 16 5·8	+3·2	−0·47	+4·1	*k*
15	Lund	11 3 37	11 49 22·18	+0·10	−1 16 7·3	+3·3	−0·11	+2·4	*l*
16	Hamburg	10 52 28	11 49 25·86	+0·10	—	—	−0·46	—	*k*
		10 50 29	—	—	−1 17 3·7	+3·2		+3·6	
19	Berlin	10 4 23	11 49 45·26	+0·08	−1 20 35·3	+3·0	−0·56	+6·5	

Anmerkungen zu den Beobachtungen:

Eine Meridianbeobachtung von Kremsmünster April 13 konnte ich nicht berücksichtigen, da für dieselbe sich $\Delta\alpha = 0^s42$ und $\Delta\delta = +34''6$ ergab; erst nachträglich erfuhr ich, dass die Declination in den astronomischen Nachrichten um $+32''$ falsch angegeben ist. — Bei der Berliner Beobachtung vom 6. April ist der Anschluss unsicher. — Die Beobachtungen: Leiden April 11 und 13, Hamburg April 11 und Leipzig Mai 5 und 14 sind als unsicher angegeben; ich gab ihnen daher nur das Gewicht ½.

Da der Fehlergang kein zu bedeutender ist, rechnete ich aus den obigen Elementen für die zweite Opposition (1870 hypothetische Ephemeriden, indem ich die mittlere Anomalie um $\pm 8\mu$ änderte. Die Auffindung des Planeten in der II. Erscheinung war auf nördlichern Sternwarten wegen seines tiefen Standes von —29° Declinatinn nicht möglich. Prof. Peters in Clinton, der die Freundlichkeit hatte, angelegentlich nach ihm zu suchen, glaubt, dass derselbe innerhalb der Grenzen der Ephemeride nicht stand. Der Grund hievon könnte in φ liegen, welches, wie sich später zeigen wird, sich mit μ nicht linear ändert.

Für die dritte Opposition 1871 hielt ich eine strengere Rechnung für nöthig und ich fasste sämmtliche Beobachtungen in 6 Normalorte zusammen, die schon aus obiger Anordnung ersichtlich sind. Als Ephemeridencorrection erhielt ich für dieselben die folgenden Werthe:

Datum		$d\alpha$	$d\delta$
April	5·5	—0ˢ04	+0″6
	12·5	—0·18	+0·6
	21·5	—0·17	—2·0
„	29·5	—0·08	+1·0
Mai	7·5	—0·07	+1·5
„	15·5	—0·30	+2·9

Auf das mittlere Äquinoctium 1869·0 und auf die Ebene der Ekliptik bezogen sind die Normalorte:

Datum		Anz. d. Beob.	λ	β
April	5·5	5	181°46′19″14	—1°39′24″70
	12·5	9	180 33 26·87	—1 47 40·75
	21·5	4	179 17 33·07	—1 56 48·60
„	29·5	13	178 30 57·00	—2 3 26·20
Mai	7·5	6	178 6 8·05	—2 8 53·28
	15·5	10	178 3 55·75	—2 13 15·88

Zur weitern Ausgleichung der Fehler benützte ich die Methode der Variation der geocentrischen Distanzen und zwar variirte ich die zu den äussersten Orten gehörenden Distanzen. Ich rechnete 3 Hypothesen, die ich in folgendem Schema zusammenstelle:

Epoche 1869 April 5·5.

	I. Hypothese	II. Hypothese	III. Hypothese
$\log \Delta_1$	0·2816300	0·2816300	0·2825300
$\log \Delta_6$	0·3466500	0·3486500	0·3466500
M	3°28'33"70	16° 4'38"22	—1°14'45"75
π	182 27 55·90	167 4 48·14	188 18 52·07
Ω	352 15 14·14	352 23 38·21	352 12 33·95
i	4 22 36·92	4 25 7·07	4 22 8·04
φ	5 52 44·72	5 44 28·93	6 3 4·54
μ	613"4497	620"6010	608"9330
$\log a$	0·5081520	0·5047960	0·5102914

	Normalort — I. Hypothese		Nmo. — II. Hyp.		Nmo. — III. Hyp.	
Ort	$d\lambda \cos\beta$	$d\beta$	$d\lambda \cos\beta$	$d\beta$	$d\lambda \cos\beta$	$d\beta$
II.	—0"97	—1"17	—8"70	—1"44	+ 7"20	+0"82
III.	+1·34	—3·14	—9·89	—2·07	+10·31	+1·22
IV.	+2·44	—0·06	—5·72	—1·82	+ 8·96	+1·09
V.	+2·71	+0·03	—1·37	—1·03	+ 4·69	+0·64

Betrachtet man nun die Änderungen in den geocentrischen Distanzen als proportional den Änderungen der Fehler, so erhält man zur Bestimmung des wahrscheinlichsten Werthes von $\log \Delta_1$ und $\log \Delta_6$ die folgenden 8 Bedingungsgleichungen:

$d\lambda \cos\beta$	$d\beta$
$-0''97 = -8''70x + 7''20y$	$-1''17 = -1''44x + 0''82y$
$+1\cdot34 = -9\cdot89x + 10\cdot31y$	$-3\cdot14 = -2\cdot07x + 1\cdot22y$
$+2\cdot44 = -5\cdot72x + 8\cdot96y$	$-0\cdot06 = -1\cdot82x + 1\cdot09y$
$+2\cdot71 = -1\cdot37x + 4\cdot69y$	$+0\cdot03 = -1\cdot03x + 0\cdot64y$

wo x in Einheiten von Diff. $\log \Delta_6$ und y in solchen von Diff. $\log \Delta_1$ genommen ist.

Ertheilt man allen Bedingungsgleichungen dasselbe Gewicht, so erhält man die zwei Normalgleichungen:

$$+218 \cdot 76x - 228 \cdot 58y = -14 \cdot 21$$
$$-228 \cdot 58x + 264 \cdot 19y = +36 \cdot 54.$$

Hieraus ist $x = +0 \cdot 8294$ und $y = +0 \cdot 8560$; daher Diff. $\log \Delta_1 = 0 \cdot 0007704$ und Diff. $\log \Delta_6 = 0 \cdot 0016589$. Die Substitution dieser Werthe lässt in den Orten noch die folgenden geringen Fehler übrig:

Ort	$d\lambda \cos\beta$	$d\beta$
II.	0ʺ0	—0ʺ7
III.	+0·7	—2·4
IV.	—0·5	+0·5
V.	—0·3	+0·3

Die Änderungen der beiden log Δ sind zu gross, als dass eine einfache Interpolation zwischen den Elementen zulässig wäre; deshalb rechnete ich mit den zuletzt erhaltenen geocentrischen Distanzen eine 4. Hypothese, die mir das folgende vorläufig als definitiv zu betrachtende Elementensystem lieferte:

(108) Hecuba.

Epoche 1869 April 5·5.

L	= 184° 35′ 13ʺ62		
M	= 9 30 44·06		
π	= 175 4 29·56		mittl Äquin. 1869·0
Ω	= 352 19 55·95		
i	= 4 24 16·30		
φ	= 5 45 41·88		
μ	= 615ʺ9663		
log a	= 9·5069664		

Bei Darstellung der Orte blieben im Sinne Normalort-Rechnung die Fehler übrig:

Ort	$d\lambda \cos\beta$	$d\beta$
I.	0ʺ0	0ʺ0
II.	0·0	—0·7
III.	+0·6	—2·5
IV.	—0·4	+0·5
V.	—0·4	+0·3
VI.	0·0	0·0

Die Übereinstimmung mit den obigen Fehlern ist befriedigend.

Um auch einen Massstab für die Unsicherheit der Elemente zu haben, stellte ich y als Function von x dar und bestimmte die übrigbleibenden Fehler in Länge und Breite für die vom wahrscheinlichsten Werthe $x = 0\cdot 8294$ gleich weit abstehenden Hypothesen $x = 2\cdot 3294$, $x = -0\cdot 6706$ und $x = 3\cdot 8294$, $x = -2\cdot 1706$, welch letztere Werthe schon unzulässige Fehler übrig lassen. Für dieselben Hypothesen wollte ich die Elemente durch Interpolation bestimmen, fand aber, dass φ absolut keinen linearen Gang haben könne, weshalb ich die Elemente direct rechnete. Ich stelle hier die 5 Elementensysteme, bezogen auf das mittlere Äquinoctium 1869·0 für die Epoche 1869 April 5·5, nebst den übrigbleibenden Fehlern in den Orten übersichtlich zusammen.

x	3·8294		2·3294		0·8294		—0·6706		—2·1706	
y	3·4513		2·1537		0·8560		—0·4419		—1·7397	
M	33° 9'17"0		21°56'39"4		9°33'44"06		—2°14'49"1		—11°48' 9"9	
π	145 52 6·6		159 53 10·3		175 4 29·56		189 33 34·1		201 47 33·2	
Ω	352 38 5·8		352 29 3·2		352 19 55·95		352 10 45·1		352 1 29·8	
i	4 30 38·0		4 27 25·7		4 24 16·30		4 21 10·0		4 18 6·4	
φ	6 16 53·9		5 49 28·8		5 45 41·88		6 5 45·1		6 45 43·5	
μ	624"1729		620"7000		615"9663		610"0200		602"9629	
log a	0·503134		0·504750		0·5069664		0·509775		0·513144	
Ort	$d\lambda\cos\beta$	$d\beta$	$d\lambda\cos\beta$	$d\beta$	$d\lambda\cos\beta$	$d\beta$	$d\lambda\cos\beta$	$d\beta$	$d\lambda\cos\beta$	$d\beta$
I	0"0	0"0	0"0	0"0	0"0	0"0	0"0	0"0	0"0	0"0
II	+ 7·9	+1·5	+3·6	+0·4	0·0	—0·7	—3·3	—1·9	—6·8	—3·6
III	+ 3·0	+0·6	+2·0	—1·1	+0·6	—2·5	—1·5	—4·0	—2·9	—5·6
IV	— 5·7	+3·1	—3·7	+1·8	—0·4	+0·5	+2·4	—0·7	+5·7	—2·1
V	—10·3	+1·8	—5·4	+0·9	—0·4	+0·3	+4·0	—0·3	+8·7	—1·1
VI	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0

Mit Ausnahme von φ ist der Gang in den Änderungen der Elemente ziemlich linear und dieselben stimmen auch mit den aus der Interpolation resultirenden Elementen nahezu überein. Für φ selbst gibt die Interpolation $\varphi = 5°56'39"4$, $\varphi = 5°55'41"7$, $\varphi = 5°54'44"1$, $\varphi = 5°53'46"4$, $\varphi = 5°52'48"7$, welche Werthe von den obigen ganz und gar abweichen.

Für die dritte Opposition rechnete ich nun wieder hypothetische Ephemeriden und zwar nach den 5 obigen Elementensystemen. Würde ich mich wie bei der zweiten Opposition mit

der Variation der mittleren Anomalie begnügen, so wäre wieder Gefahr vorhanden, dass der Planet nicht innerhalb der Grenzen der Ephemeride stünde, indem der nicht berücksichtigte Einfluss der Änderungen von φ überwiegend ist.

Die rechtwinkligen Coordinaten bezogen aufs mittlere Äquinoctium 1871·0 sind:

I. Hypothese.

$$\begin{aligned} x &= [0\cdot50230]\, Sin\,(E + 236^\circ\ 4'8) + 0\cdot28864 \\ y &= [0\cdot44758]\, Sin\,(E + 145\ \ 27\cdot3) - 0\cdot17390 \\ z &= [0\ \ 17200]\, Sin\,(E + 146\ \ 50\cdot8) - 0\cdot08891 \end{aligned}$$

II. Hypothese.

$$\begin{aligned} x &= [0\cdot50444]\, Sin\,(E + 250^\circ\ 1'9) + 0\cdot30475 \\ y &= [0\cdot44924]\, Sin\,(E + 159\ \ 32\cdot1) - 0\cdot09983 \\ z &= [0\cdot17265]\, Sin\,(E + 160\ \ 56\cdot6) - 0\cdot04931 \end{aligned}$$

IH. Hypothese (wahrscheinlichster Werth).

$$\begin{aligned} x &= [0\cdot50693]\, Sin\,(E + 265^\circ\ 9'0) + 0\cdot32141 \\ y &= [0\cdot45145]\, Sin\,(E + 174\ \ 47\cdot4) - 0\cdot02577 \\ z &= [0\cdot17393]\, Sin\,(E + 176\ \ 12\cdot9) - 0\cdot00989 \end{aligned}$$

IV. Hypothese.

$$\begin{aligned} x &= [0\cdot50970]\, Sin\,(E + 279^\circ 33'3) + 0\cdot33855 \\ y &= [0\cdot45425]\, Sin\,(E + 189\ \ 21\cdot0) + 0\cdot04909 \\ z &= [0\cdot17580]\, Sin\,(E + 190\ \ 47\cdot3) + 0\cdot02979 \end{aligned}$$

V. Hypothese.

$$\begin{aligned} x &= [0\cdot51270]\, Sin\,(E + 291^\circ 42'2) + 0\cdot35622 \\ y &= [0\cdot45761]\, Sin\,(E + 201\ \ 40\cdot0) + 0\cdot12469 \\ z &= [0\cdot17821]\, Sin\,(E + 203\ \ \ \ 7\cdot0) + 0\cdot06968 \end{aligned}$$

Mit diesen erhielt ich die folgenden

Aufsuchungsephemeriden für die III. Opposition (1871).

	I. Hypothese		II. Hypothese		Wahrsch. Werth		IV. Hypothese		V. Hypothese	
12ʰ mittl. Berl. Zeit				δ			α			δ
1871 Juli 31	22^h23^m3	—13° 3′	22^h43^m9	—10°31′	$23^h\ 2^m49^s$	— 8° 7′·1	23^h20^m1	—5°51′	23^h35^m8	—3°45′
August 1					23 2 22	— 8 9·4				
2					23 1 54	— 8 11·7				
3					23 1 25	— 8 14·2				
4	22 20·9	—13 15	22 41·7	—10 43	23 0 55	— 8 16·7	23 18·5	—5 59	2334·5	—3 51
5					23 0 24	— 8 19·3				
6					22 59 52	— 8 22·0				
7					22 59 19	— 8 24·8				
8	22 18·0	—13 28	22 39·3	—10 55	22 58 46	— 8 27·6	23 16·6	—6 8	23 32·9	—3 58
9					22 58 12	— 8 30·5				
10					22 57 37	— 8 33·4				
11					22 57 1	— 8 36·4				
12	22 15·3	—13 41	22 36·7	—11 8	22 56 24	— 8 39·5	23 14·5	—6 18	23 31·0	—4 7
13					22 55 46	— 8 42·6				
14					22 55 8	— 8 45·8				
15					22 54 29	— 8 49·0				

	I. Hypothese		II. Hypothese		Wahrsch. Werth		IV. Hypothese		V. Hypothese	
12h mittl. Berl. Zeit		δ	α	δ	α		α		α	
1871 Aug. 16	22h12m4	—13°54′	22h33m9	—11°21′	22h53m50s	— 8°52′2	23h12m2	—6°30′	23h28m9	—4°18′
17					22 53 10	— 8 55·5				
18					22 52 29	— 8 58·8				
19					22 51 48	— 9 2·2				
20	22 9·4	—14 7	22 31·0	—11 34	22 51 7	— 9 5·6	23 9·7	—6 43	23 26·6	—4 30
21					22 50 25	— 9 9·0				
22					22 49 43	— 9 12·5				
23					22 49 0	— 9 15·9				
24	22 6·4	—14 20	22 28·1	—11 48	22 48 17	— 9 19·4	23 7·0	—6 56	23 24·0	—4 42
25					22 47 34	— 9 22·9				
26					22 46 50	— 9 26·4				
27					22 46 6	— 9 29·9				
28	22 3·4	—14 32	22 25·1	—12 2	22 45 22	— 9 33·4	23 4·2	—7 10	23 21·3	—4 56
29					22 44 38	— 9 36·9				
30					22 43 54	— 9 40·4				
31					22 43 10	— 9 43·9				
Sept. 1	22 0·5	—14 44	22 22·2	—12 15	22 42 25	— 9 47·3	23 1·3	—7 25	23 18·6	—5 10
2					22 41 40	— 9 50·7				

	I. Hypothese		II. Hypothese		Wahrsch. Werth		IV. Hypothese		V. Hypothese	
12h mittl. Berl. Zeit		δ			α	δ		δ		
1871 Sept. 3					22h40m56s	— 9°54'1				
4					22 40 12	— 9 57·5				
5	21h57m6	— 14°55′	22h19m3	— 12°27′	22 39 28	—10 0·9	22h58m4	— 7°39′	23h15m8	— 5°24′
6					22 38 44	—10 4·2				
7					22 38 0	—10 7·5				
8					22 37 17	—10 10·8				
9	21 54·9	— 15 4	22 16·4	— 12 39	22 36 34	—10 14·0	22 55·5	— 7 53	23 12·9	— 5 39
10					22 35 51	—10 17·2				
11					22 35 8	—10 20·3				
12					22 34 26	—10 23·4				
13	21 52·3	— 15 13	22 13·7	— 12 49	22 33 44	—10 26·4	22 52·6	— 8 6	23 10·0	— 5 53
14					22 33 3	—10 29·3				
15					22 32 22	—10 32·2				
16					22 31 42	—10 35·0				
17	21 50·0	— 15 20	22 11·1	— 12 59	22 31 2	—10 37·8	22 49·8	— 8 19	23 7·1	— 6 7
18					22 30 23	—10 40·5				
19					22 29 45	—10 43·1				
20					22 29 8	—10 45·6				

12ʰ mittl. Berl. Zeit	I. Hypothese		II. Hypothese		Wahrsch. Werth		IV. Hypothese		V. Hypothese	
	α	δ					α	δ	α	δ
1871 Sept. 21	21^h47^m9	−15°25′	$22^h\ 8^m7$	−13° 8′	$22^h28^m31'$	−10°48′1	22^h47^m1	−8°32′	$23^h\ 4^m3$	−6°21′
22					22 27 55	−10 50·5				
23					22 27 19	−10 52·8				
24					22 26 44	−10 55·0				
25	21 46·1	−15 29	22 6·6	−13 14	22 26 11	−10 57·1	22 44·6	−8 43	23 1·7	−6 34
26					22 25 38	−10 59·1				
27					22 25 6	−11 1·1				
28					22 24 35	−11 2·9				
29	21 44·6	−15 32	22 4·8	−13 19	22 24 5	−11 4·7	22 42·3	−8 52	22 59·3	−6 45
„ 30					22 23 36	−11 6·4				
October 1					22 23 7	−11 8·0				
2					22 22 39	−11 9·5				
3	2 43·3	−15 33	22 3·3	−13 23	22 22 13	−11 10·9	22 40·2	−9 1	22 57·0	−6 55